سال دوم، شماره اول، تابستان ۱۳۹۴، ص ص ۲۳- ۲۷
فصل‌نامه علمی – ترویجی انرژی‌های تجدیدپذیر و نو
renemag.ir
مقاله کامل
تاریخ دریافت: ۹۴/۰۴/۲۰
تاریخ پذیرش: ۹۴/۰۶/۳۱

مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط برای تولید برق از انرژی زیست توده

عزت اله مظفری[۱*]، بیژن ملکی[۲]

۱- استادیار، مهندسی معدن (فرآوری)، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)
۲- استادیار، مهندسی نفت، دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)
* قزوین، صندوق پستی ۹۶۸۱۸ -۳۴۱۴۸ ، eazem101@yahoo.co.uk

چکیده

تامین انرژی از مسائل اصلی جامعه بشری در حال حاضر به شمار می رود. به موازات آن توجه به مسائل زیست محیطی محدودیت هایی را برای توسعه ایجاد کرده است. بر این اساس، پیدا کردن منابع جایگزین انرژی های پاک می تواند راه حل مناسبی ارائه نماید. انرژی زیست توده یکی از این راهکارهای مناسب می‌باشد. هدف این مقاله ارائه مدل ریاضی برای بهینه سازی تولید انرژی با منشا زیست توده است. در این مقاله شرایط منطقه ای صنایع مرتبط مد نظر قرار گرفته است. از آنجائی که در تولید این نوع انرژی محصولات مختلفی در مراحل میانی و پایانی بدست می آید، قابلیت خرید یا تولید این محصولات و همچنین هزینه حمل و نقل آنها به منظور کمینه سازی هزینه کلی طرح مورد توجه قرار می گیرد. در این مقاله، ابتدا از یک مدل برنامه ریزی غیر خطی برای توصیف فرایند تولید انرژی زیست توده استفاده گردید. سپس با استفاده از روش های ریاضی به یک مدل برنامه ریزی خطی تبدیل شد. کاربرد این مدل ارائه ساختاری برای مکان یابی مراکز تولید انرژی الکتریکی است که براساس موقعیت جغرافیای مزارع، مراکز تبدیل کننده، و مراکز عرضه محصولات کشاورزی و فراورده های آنها تنظیم شده است. این الگو می تواند به اقتصادی شدن تولید انرژی های تجدید پذیر کمک نماید.

کلید واژگان: برنامه‌ریزی غیرخطی، انرژی زیست توده، مکان یابی، شرایط محدود کننده

A mixed-integer nonlinear programming model for production of electricity from biomass

E. Mozaffari*, B. Maleki

Faculty of Engineering and Technology, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran
*P.O.B. 288 Qazvin, Iran, eazem101@yahoo.co.uk
Received: 11 July 2015 Accepted: 22 September 2015

Abstract

The provision of energy is one of the most important issues at present. At the same time the environmental impacts need to be considered. The renewable energy, biomass energy in particular, could be a solution. The aim of this paper is to develop a mathematical programming model for solving problems arising from planning a biomasses energy production via burning the biomass. The models take into account different aspects of the problem: determination of the biomasses to produce and/or buy, transportation decisions to convey the materials to the respective plants, and plant design. First, a non-linear model was used, which was converted to a linear programming model. The application of this model for determining the locations of the plants, which are based on the geographical positions of the raw material providers. This model helps for developing more economically viable renewable projects.)

Keywords: nonlinear programming, biomass energy, locations of the plants, constraints

۱- مقدمه

تولید انرژی های فسیلی علاوه بر هزینه های سنگین، آلودگی های زیست محیطی زیادی را بدنبال دارد. ضمن آنکه، ذخائر فسیلی با محدودیت مواجه بوده و در آینده با افزایش قیمت روبرو خواهد شد. در این راستا، دولتها و موسسات بدنبال یافتن منابع دیگر تولید انرژی هستند[۱]. از جمله معروفترین انرژی های جایگزین، می توان از انرژی تولیدی از زیست توده نام برد[۲]. در این رابطه، با استفاده از یک مدل ریاضی مقایسه ای بین سوختهای زیست توده ای و فسیلی برای تولید انرژی الکتریکی، صورت گرفت [۳،۴]. در تولید انرژی الکتریکی از سوخت زیست توده ای، از مواد با منشا زیستی استفاده می شود. از جمله این مواد می توان از چربی ها و روغن های غذایی مصرف شده، ضایعات کشاورزی، و . . . نام برد. مراکزی که از چنین موادی برای تولید انرژی استفاده می کنند علاوه بر فروش انرژی می توانند خدمات بازیافت و نگهداری ضایعات را نیز ارائه دهند[۵]. با استفاده از یک مدل ریاضی تلفیقی بین مکان نیروگاه انرژی با منشا زیست توده و حوزه های تولید و تجمیع آنها انجام دادند. در این رابطه، مشکلات مکان‌یابی برای زیست توده های خاص نیز بررسی گردید[۶،۷].

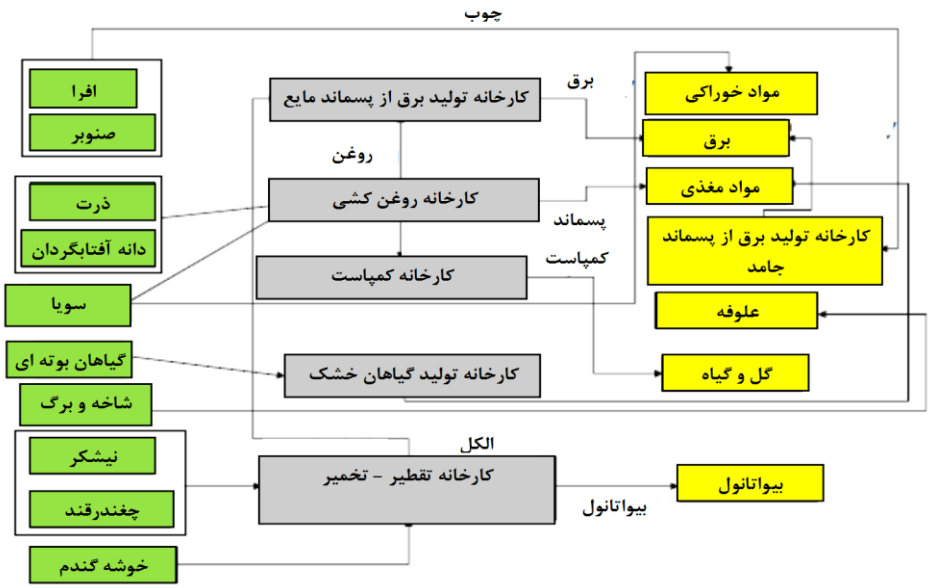
۲- مدل فرایند تولید انرژی از زیست توده

در این مقاله کاربرد برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط در مکان‌یابی مراکز تولید انرژی به منظور کمینه سازی هزینه ها براساس امکانات و شرایط موجود ارائه شده است. در فرایند تولید این نوع انرژی امکان تولید محصولات میانی نیز وجود دارد. به منظور تولید انرژی الکتریکی از زیست توده طرحهای مختلفی میتوان ارائه داد، به عنوان مثال در شکل ۱ دو طرح تولیدی از زیست توده مایع و جامد ارائه شده است که هر یک ورودی های متفاوتی دارند. از آنجائیکه تامین مواد اولیه طرحها متفاوت بوده و می تواند شامل مواد خام اولیه و یا محصولات ثانویه باشد، وضعیت های متفاوتی برقرار می شود. این وضعیت ها را می توان با توجه به نوع مواد خام زیستی و محصولات گرفته شده از آنها و مزارع و مراکز مرتبط با آنها مطابق شکل ۱ نشان داد.

همانطوری که در شکل مشاهده می شود برای تولید الکتریسیته، با توجه به نوع طرح، مواد ورودی متفاوت خواهد بود. از طرف دیگر این مواد می توانند در فرایند تولید سایر طرحها قرار گیرند. لذا، تحلیل اقتصادی تولید الکتریسیته زیست توده در مقایسه با سایر طرحها قابل انجام است. بطور مثال، در تولید انرژی با منشا زیست توده مایع، محصول الکل حاصل از طرح تقطیر و تخمیر مورد استفاده قرار می گیرد. این محصول همچنین می تواند در سایر صنایع و یا بازار به عنوان محصول نهایی به فروش رسد. همچنین، روغن حاصل از طرح روغن کشی می تواند به عنوان سوخت تولید انرژی و یا محصول غذایی استفاده گردد.

مکان‌یابی محل کارخانه تولید الکتریسیته از عوامل مهم در تحلیل اقتصادی پروژه در رقابت با سایر طرحهای جایگزین می باشد. زیرا هزینه حمل و نقل برای مواد خام اولیه یا محصولات ثانویه نقش مهمی در قیمت تمام شده نهایی دارد. در این مقاله براساس مدل ریاضی برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط، مکان کارخانه الکتریسیته با توجه به رقبا تعیین می گردد. مهمترین پارامترهائی که در تعیین مکان نقش دارند، قیمت تمام شده محصولات خام و ثانویه و قیمت فروش و همچنین هزینه های حمل و نقل بین مراکز تولید و فروش یا مصرف می باشد.

برای مدل‌سازی، شبکه‌ای بصورت $G = (V, A)$ در نظر گرفته می شود که در آن V مجموعه‌ای از نقاط و A مجموعه خطوط اتصالی است. نقاط نشان دهنده مکان تولید و یا مصرف مواد و محصولات می باشد. همچنین، خطوط متصل کننده نقاط نشان دهنده مسیرهای حمل و نقل است. به ازای هر $v \in V$ که نشان دهنده یک مرکز تبدیل است، مواد ورودی به آن بصورت $H^-(v)$ و مواد خروجی از آن بصورت $H^+(v)$ نشان داده می شود.



شکل ۱ شرایط رقابتی موجود برای طرح تولید الکتریسته از زیست توده

بطور مثال، در طرح روغن کشی H^- شامل دانه ذرت و سویا بوده و H^+ شامل روغن خوراکی یا سوختی می باشد. مجموعه ورودی ها و خروجی‌های طرح (v) را می‌توان بصورت زیر

$$H = \cup_{v \in V} (H^-(v) \cup H^+(v))$$

نشان داد.

همچنین، مجموعه مزارع یا مراکز تبدیل یا مصرف مواد خام بصورت $V = V_0 \cup V_1$ نشان داده می شود، که در آن V_0 مجموعه مزارع بوده بطوریکه محصولات آن حداقل به یک طرح فراوری (مرکز تبدیل) یا مرکز عرضه منتقل می شود. $V_1 = V \backslash V_0$ نیز مجموعه مراکز تبدیل و یا مراکز عرضه می‌باشند.

برای تعیین شرایط مدل، پارامترهایی بصورت ذیل تعریف می گردد:

C_{vk}: بیشینه مقدار تولید ماده k در مرکز v؛
τ_{uvk}: هزینه های حمل و نقل واحد ماده k در مسیر (u, v)
T_{uvk}: ظرفیت حمل و نقل ماده k در مسیر (u, v)
λ_{vkh}: هزینه واحد تبدیل ماده k به ماده h در کارخانه v؛
π_{vkh}: درصد تبدیل واحد ماده k به h در کارخانه v؛
d_{vk}: مقدار تقاضای ماده k توسط کارخانه v؛

مشخص است که برای هر کارخانه کالای بخصوصی می تواند تعریف گردد. همچنین، مقدار تقاضاهای ممکن، محدود به خروجی های برخی مزارع است. متغیرهای تصمیم مدل بصورت زیر تعریف می گردند:

x_{vk}: مقدار ماده k در مرکز v؛
y_{uvk}: مقدار ماده k در مسیر (u, v)؛
z_{vkh}: مقدار ماده k در فرایند تبدیل به ماده h در مرکز v؛

از آنجائی که، تقاضای محصول خروجی به عنوان پیش فرض در نظر گرفته می شود، می بایست کل هزینه های عملیاتی را کمینه کرد. سه نوع هزینه وجود دارد، که عبارتند از:

هزینه های تهیه و تامین مواد خام اولیه:

$$\gamma_1 = \sum_{k \in H} \sum_{v \in V} C_{vk}.x_{vk}$$

هزینه های حمل ونقل:

$$\gamma_2 = \sum_{k \in H} \sum_{(u,v) \in A} \tau_{uvk} y_{uvk}$$

هزینه های فراوری:

$$\gamma_3 = \sum_{v \in V} \sum_{k \in H^-(v)} \sum_{h \in H^+(v)} \lambda_{vkh} z_{vkh}$$

بنابراین، تابع هدف خواهد شد:

$$\sum_{i=1}^{3} \gamma_i(x, y, z) \quad (1)$$

می بایست مطمئن شد که کل مواد تبدیل شده در مرکز تبدیل، برابر محصول بدست آمده در همان مرکز می‌باشد. بنابراین، داریم:

$$\sum_{k \in H^-(v)} \pi_{vkh} z_{vkh} = x_{vh}, \forall v \in V_0, h \in H^+(v) \quad (2)$$

قابل ذکر است که در هر مرکز تبدیل مجموع مواد ورودی بیشتر از مواد خروجی می باشد، زیرا راندمان فرایند تبدیل کمتر از صددرصد بوده و بخشی از مواد ورودی به ضایعات تبدیل می شود. بنابراین، رابطه زیر بین محصولات خروجی و ورودی طبق تعریف می گردد:

$$\sum_{h \in H^+(v)} z_{vkh} \leq x_{vk}, \forall v \in V_0, k \in H^-(v) \quad (3)$$

مجموع مقدار مواد موجود در مسیرهای منشعب از یک مرکز تبدیل با کل مواد موجود در آن مرکز برابر است. همچنین، مجموع مقدار مواد مسیرهای منتهی به یک مرکز با ورودی آن مرکز برابر است.

$$\sum_{u \in V:(u,v) \in A} y_{uvk} = x_{vk}, \forall v \in V, k \in H^-(v) \quad (4)$$

$$\sum_{u \in V:(v,u) \in A} y_{vuk} = x_{vh}, \forall v \in V, h \in H^+(v) \quad (5)$$

در نهایت می توانیم محدودیت های زیر را برای متغیرهایمان در نظر بگیریم:

$$d_{vk} \leq x_{vk} \leq C_{vk}, \forall v \in V, k \in H \quad (6)$$
$$0 \leq y_{uvk} \leq T_{uvk} \forall (u,v) \in A, k \in H \quad (7)$$
$$z_{vkh} \geq 0, \forall v \in V, k \in H^-(v), h \in H^+(v) \quad (8)$$

برای مزارع و مراکز عرضه و تبدیل غیر مرتبط با مرکز تولید انرژی متغیرها ثابت، و برابر صفر درنظر گرفته می شود.

$$x_{vk} = 0, \ \forall v \in V_1, k \in H \backslash H^-(v) \cup H^+(v) \quad (9)$$
$$y_{uvk} = 0, \forall (u,v) \in A, k \in H \backslash H^-(v) \quad (10)$$
$$y_{uvk} = 0, \forall (u,v) \in A, k \in H \backslash H^+(u) \quad (11)$$

مزیت اصلی این مدل، قابلیت آسان تعمیم آن به محصولات و همچنین مراکز بیشتر در شرایط واقعی می‌باشد. در این حالت، مکانهای مربوطه و مواد ورودی و خروجی به مراکز تغییر خواهد کرد.

۱-۲- حل مدل

مدل توصیف شده در بخش ۲، یک مسئله برنامه ریزی خطی[1] است که می توان آنرا با روشهای مختلف حل کرد [۸].

۳- برنامه ریزی طراحی فرایند

در این بخش فرض می کنیم هیچ کارخانه تولیدی برق زیست توده‌ای تا کنون در محل ساخته نشده است. در هر محل مناسب، امکان تاسیس کارخانه‌ای از مجموعه P شامل طرحهای ممکن، وجود دارد. برای مثال، می‌توان انواع مختلفی از کارخانه های تولید انرژی زیست توده ای با ظرفیت تولید برق متفاوت ایجاد نمود. بنابراین، هدف ما تاسیس کارخانه در مکانی است که ضمن در نظر گرفتن ظرفیت کارخانه با مواد ورودی از مزارع و مراکز پیرامونی، کمترین هزینه های کلی عملیات را داشته باشد. می بایست در نظر گرفت که هزینه های تبدیل مواد و همچنین بازده تبدیل بستگی به طراحی

1. Linear Programming (LP)

فرایند در مرکز $p \in P$ دارد. پارامترهای مربوطه را می توان به شرح زیر تعریف کرد:

λ_{vkhp}: هزینه بکار گیری طرح p برای تبدیل یک واحد از ماده k به ماده h در کارخانه (مرکز تبدیل) v؛

π_{vkhp}: درصد تبدیل واحد ماده k به h مطابق طرح p در کارخانه v؛

برای نشان دادن اجرا یا عدم اجرای طرح p در کارخانه v از متغیرهای تصمیم صفر و یک مطابق زیر استفاده می شود:

$$w_{vp} = \begin{cases} 1 & \text{اگر طرح } p \text{ در کارخانه } v \text{ اجرا شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

جمله سوم (γ_3) در تابع هدف رابطه ۱ به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$\gamma'_3 = \sum_{v \in V} \sum_{k \in H^-(v)} \sum_{h \in H^+(v)} \left(\sum_{p \in P} \lambda_{vkhp} w_{vp} \right) z_{vkh}$$

در این حالت معادله تعادل مواد بیان شده در رابطه ۲ خواهد شد:

$$\sum_{k \in H^-(v)} \left(\sum_{p \in P} \pi_{vkhp} w_{vp} \right) z_{vkh} = x_{vh}, \forall v \in V, h \in H^+(v) \quad (12)$$

محدودیت های زیر برای متغیرهای تصمیم برقرار است:

$$\sum_{p \in P} w_{vp} = 1, \forall v \in V_0, \quad (13)$$

$$\sum_{p \in P} w_{vp} = 0, \forall v \in V_1, \quad (14)$$

نهایتا، معادلات ۳ تا ۸ نیز برقرار خواهند بود.

۱-۳- حل مدل

مدل توصیف شده در بخش ۳ یک مسئله برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط[1]با بخش های غیر محدب[2]هم در تابع هدف و هم در معادلات محدودکننده می باشد. مسائلی اینچنین را می توان با بکارگیری روش های ابتکاری[3]نظیر MLSL[4] [۱۰،۹] ، VNS[5] [۱۲،۱۱] ، ویا با بکارگیری روش تقریب ε که انشعاب و تحدید نامیده می شود (sBB[6])[۱۴،۱۳] حل نمود. همچنین می توان با توجه به ساختار مدل برنامه ریزی غیرخطی، آنرا با دقت قابل قبول به یک مدل برنامه ریزی خطی تبدیل نمود، و توسط روش های مرسوم حل نمود.

مراحل انجام روش مطابق زیر است:

۱. توزیع تمام محصولات بطوریکه بتوان آنها را بصورت عبارت $w_{vp}z_{vkh}$ نشان داد.

۲. جایگزین نمودن متغیر $w_{vp}z_{vkh}$ با ζ_{vkhp} که متغیر خطی ساز نامیده می شود. بنابراین معادله ۱۲ خواهد شد:

$$\gamma''_3 = \sum_{v \in V} \sum_{k \in H^-(v)} \sum_{h \in H^+(v)} \sum_{p \in P} \lambda_{vkhp} \zeta_{vkhp}$$

و همچنین

$$\sum_{k \in H^-(v)} \sum_{p \in P} \pi_{vkhp} \zeta_{vkhp} = x_{vh}, \forall v \in V, h \in H^+(v) \quad (15)$$

که در آن، رابطه ۱۶ برقرار است:

$$(\zeta_{vkhp} = w_{vp} z_{vkh}), \forall v \in V, k, h \in H, p \in P \quad (16)$$

که شرایط محدود کننده نامیده می شوند.

۳. از آنجائیکه w_{vp} یک متغیر صفر و یک می باشد، ζ_{vkhp} فقط می تواند مقادیر $\{0 , z_{vkh}\}$ را بپذیرد. بدین ترتیب، معادله محدودیت ۱۶ را مطابق نامعادلات محدودکننده خطی ذیل تعریف نمود.

$$(\zeta_{vkhp} \geq 0), \forall v \in V, k, h \in H, p \in P \quad (17)$$

$$(\zeta_{vkhp} \geq z_{vkh}), \forall v \in V, k, h \in H, p \in P \quad (18)$$

$$(\zeta_{vkhp} \leq z^U_{vkh} w_{vp}), \forall v \in V, k, h \in H, p \in P \quad (19)$$

$$(\zeta_{vkhp} \leq z_{vkh}), \forall v \in V, k, h \in H, p \in P \quad (20)$$

محدودیت‌های روابط فوق براساس محدودیت رابطه ۱۶ تعریف شده اند، بطوریکه در آن z^U_{vkh} یک حد بالایی برای z_{vkh} به ازای $v \in V$ و $k, h \in H$ می باشد. باید توجه نمود که تا حد امکان می بایست حد بالایی دقیق انتخاب گردد، زیرا زمان رسیدن به جوابهای اطمینان بخش در مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط با روش انشعاب و تحدید، بستگی به آن دارد. نامعادلات محدودکننده ۱۷-۲۰ شرایط مک‌کرومیک[7]نامیده می‌شود [۱۵].

۱-۳-۱- محدودیت‌ها در روش بازنویسی خطی[8]

امکان تعیین محدودیت‌ها در روش بازنویسی خطی، با استفاده از محدودیت‌ها و متغیرها در مدل غیر خطی ذکر شده در ذیل صورت می گیرد:

محدودیت ۳ با پارامتر محدودکننده w_{vp} و $1 - w_{vp}$ به ازائ هر $p \in P$

محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ با متغیرهای z_{vkh} به ازای هر k و h

بر این اساس، محدودیت‌های خطی مطابق روابط ذیل بدست می آید [۱۶،۱۷،۱۸].

$$\sum_{p \in P} \zeta_{vkhp} = z_{vkh}, \forall v \in V_0, k, h \in H \quad (21)$$

$$\sum_{p \in P} \zeta_{vkhp} = 0, \forall v \in V_1, k, h \in H \quad (22)$$

این روابط جزء روش فوق بوده و محدودیت‌های کاهنده نامیده می شوند[۱۹]. روابط ۲۱ و ۲۲ به تعیین متغیر تعریف شده در رابطه ۱۶ کمک نموده و سبب آسان شدن حل مسئله می گردند. در مجموع، استفاده از برنامه ریزی خطی و بکارگیری روش انشعاب و تحدید می تواند به کمینه سازی عبارت $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma''_3$ براساس شرایط ذکرشده در روابط ۳ و ۱۵ کمک نماید. محدودیت‌های روش بازنویسی خطی براساس روابط ۴-۱۱ و ۱۳-۱۴ و

1. Mixed-Integer Nonlinear Programming problem (MINLP)
2. Non-convex
3. heuristic method
4. Multi-Level Single Linkage
5. Variable Neighborhood Search
6. spatial Branch-and-Bound
7. McCormick
8. Reformulation-Linearization Technique (RLT)

همچنین شرایط مک‌کرومیک بصورت محدودیت‌های کاهنده ۲۱ و ۲۲ نشان داده می شوند.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، ابتدا یک مدل برنامه ریزی غیر خطی برای توصیف فرایند تولید انرژی زیست توده بیان گردید. سپس نشان داده شد که می‌توان این مدل را به یک مدل برنامه ریزی خطی تبدیل نمود، و آنرا با روشهای متداول حل نمود. برای این کار متغیر جدید مطابق رابطه ۱۵ تعریف شد و محدودیتهای این متغیر مطابق روابط ۲۱ و ۲۲ تعیین گردید. این مدل، ساختاری برای مکان یابی کارخانه های تولید انرژی الکتریکی از مزارع پیرامونی ارائه می دهد، که می تواند الگوی مناسب برای اقتصادی شدن تولید انرژی تجدید پذیر باشد. این الگو براساس توجه به موقعیت جغرافیای مزارع، صنایع تبدیل کننده، و بازارهای محصولات کشاورزی و فراورده های آنها تنظیم شده است.

۵- تقدیر و تشکر و پیوست‌ها

مولفین از دانشگاه بین المللی امام خمینی بخاطر فراهم نمودن امکانات تحقیقاتی برای انجام این تحقیق تشکر و سپاسگزاری می نمایند.

۶- مراجع

[1] H.I. Inyang, Bridging the gaps for global sustainable development, *International Conference on Energy, Environment and Disasters*, Charlotte, NC, July 2005.

[2] Regional Wood Energy Development Programme, *Proceedings of the regional expert consultation on modern applications of biomass energy*, Food and Agricultural Organization of the UN, Bangkok, January 1998.

[3] D.M. Adams, R.J. Alig, J.T. Chmelik, B.A. McCarl, Analysis of Biomass Fueled Electrical Powerplants: Implications in the Agricultural and Forestry Sectors, *Annals of Operations Research*, 1998.

[4] D.M. Adams, R.J. Alig, J.T. Chmelik, B.A. McCarl, Competitiveness of biomassfueled electrical power plants, *Annals of Operations Research*, 94: 37-55, 2000.

[5] R. Aringhieri, M. Bruglieri, F. Malucelli, and M. Nonato. An asymmetric vehicle routing problem arising in the collection and disposal of special waste, *CTW04 Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*, volume 17 of *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, pages 41–46, Elsevier. Amsterdam, 2004.

[6] D. Freppaz, R. Minciardi, M. Robba, M. Rovatti, R. Sacile, A. Taramasso Optimizing forest biomass exploitation for energy supply at a regional level, *Biomass and Bionergy*, 26:15–25, 2004.

[7] D. Voivontas, D. Assimacopoulos, E.G. Koukios, Assessment of biomass potential for power production: a GIS based method, *Biomass and Bionergy*, 20:101–112, 2001.

[8] M. Berkelaar, *LP SOLVE: Linear Programming Code*. http://www.cs.sunysb.edu/ algorith/implement/lpsolve/implement.shtml, 2004.

[9] S. Kucherenko and Yu. Sytsko, Application of deterministic lowdiscrepancy sequences to nonlinear global optimization problems, *Computational Optimization and Applications*, 30(3):297–318, 2004.

[10] L. Liberti and S. Kucherenko. Comparison of deterministic and stochastic approaches to global optimization, *International Transactions in Operations Research*, 12:263–285, 2005.

[11] P. Hansen and N. Mladenovi´c, Variable neighbourhood search: Principles and applications. *European Journal of Operations Research*, 130:449–467, 2001.

[12] L. Liberti and M. Draˇzic. Variable neighbourhood search for the global optimization of constrained nlps. *Proceedings of GO Workshop*, Almeria, Spain, 2005.

[13] E.M.B. Smith and C.C. Pantelides. A symbolic reformulation/spatial branch-and-bound algorithm for the global optimization of nonconvex minlps. *Computers & Chemical Engineering*, 23:457–478, 1999.

[14] C.S. Adjiman, S. Dallwig, C.A. Floudas, and A. Neumaier. A global optimization method, αbb, for general twice-differentiable constrained nlps: I. theoretical advances. *Computers & Chemical Engineering*, 22(9):1137–1158, 1998.

[15] G.P. McCormick. Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part i — convex underestimating problems. *Mathematical Programming*, 10:146–175, 1976.

[16] H.D. Sherali and W.P. Adams. A tight linearization and an algorithm for 0-1 quadratic programming problems. *Management Science*, 32(10):1274–1290, 1986.

[17] H.D. Sherali and A. Alameddine. A new reformulation-linearization technique for bilinear programming problems. *Journal of Global Optimization*, 2:379–410, 1992.

[18] H.D. Sherali and W.P. Adams. *A Reformulation-Linearization Technique for Solving Discrete and Continuous Nonconvex Problems.* Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, 1999.

[19] L. Liberti. Linearity embedded in nonconvex programs. *Journal of Global Optimization*, 2004.